Olaf Krawczyk 218164

Grupa projektowa: wt. TN 13:00

# Projekt 1

# Algorytm symulowanego wyżarzania dla asymetrycznego i symetrycznego problemu komiwojażera

Projektowanie Efektywnych Algorytmów

Prowadzący: Dr inż. Tomasz Kapłon

1. **Cel zadania**

Celem zadania było zaimplementowanie algorytmu symulowanego wyżarzania dla asymetrycznego i asymetrycznego problemu komiwojażera. Po zaimplementowaniu algorytmu należało wykonać testy dla wybranych zestawów przykładowych danych

umieszczonych na stronie: comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/ oraz porównanie uzyskanych wyników z najlepszymi znanymi, które również można znaleźć na wyżej wymienionej stronie.

1. **Problem komiwojażera**

Problem komiwojażera polega na z znalezieniu drogi o najmniejszym koszcie przechodzącej przez wszystkie podane miasta dokładnie raz i kończącej się w punkcie startowym. Zagadnienie to występuje w dwóch odmianach symetrycznej, gdzie koszt dotarcia z miasta A do miasta B jest równy kosztowi dotarcia z miasta B do A oraz asymetrycznej, w której te koszty są różne. Warto wspomnieć, że jest to jeden najbardziej rozpowszechnionych problemów optymalizacyjnych oraz jeden z pierwszych na których testowano symulowane wyżarzanie.

1. **Symulowane wyżarzanie**

Algorytm symulowanego wyżarzania należy do grupy algorytmów heurystycznych, które bazują na analogiach do procesów obserwowanych w świecie rzeczywistym. W tym przypadku algorytm nawiązuje do sposobu zastygania cieczy tworzącej uporządkowaną, krystaliczną strukturę. W wysokiej temperaturze cząsteczki poruszają się swobodnie, ale wraz ze spadkiem temperatury ich ruchy termiczne ulegają zmniejszeniu. Operacja powolnego schładzania ma na celu doprowadzenie do równowagi termodynamicznej w stosunku do stanu wyjściowego.

Symulowane wyżarzanie stanowi rozwinięcie metod iteracyjnych rozwiązywania problemów optymalizacyjnych np. metod wspinania się. Miały one podstawową wadę – tendencję do zatrzymywania się w optimach lokalnych. W symulowanym wyżarzaniu istnieje możliwość zaakceptowania gorszego rozwiązania, dzięki czemu mamy możliwość ucieczki z lokalnych optimów. Pozwala to na zbadanie większej części przestrzeni rozwiązań problemu. Parametrem umożliwiającym wybór gorszego rozwiązania jest temperatura, która została zaczerpnięta z termodynamiki. Ma ona bezpośredni wpływ na prawdopodobieństwo zaakceptowania gorszego rozwiązania. Im jest wyższa tym to prawdopodobieństwo jest większe. W miarę obniżania temperatury prawdopodobieństwo to spada, a algorytm częściej wybiera lepsze rozwiązania będące w otoczeniu aktualnie badanego. Przy temperaturze bliskiej końcowej symulowane wyżarzanie zachowuje się jak algorytm iteracyjny i stara się maksymalnie ulepszyć rozwiązanie.

Ideę symulowanego wyżarzania można przedstawić następująco:

Inicjuj T0

Wybierz losowe rozwiązanie vc

Powtarzaj

Powtarzaj

Wybierz nowy punkt vn w otoczeniu vc

if eval(vc) < eval(vn):

vc := vn

else if random[0,1) < e­­-(Vn-Vc)/T:

vc := vn

­dopóki (warunek zakończenia)

T­0 := T\*α

Dopóki (T0 > Tmin)

1. **Wyniki przeprowadzonych testów**

W celu zbadania poprawności implementacji algorytmu przeprowadziłem testy dla 3 instancji symetrycznego i asymetrycznego problemu komiwojażera. W obu przypadkach rozmiary problemów były zbliżone od kilkunastu do około 150 miast. Dla każdej instancji przeprowadziłem pomiary w zależności od współczynnika schładzania (0.85, 0.90, 0.99, 0.999), wykonując po 30 pomiarów dla każdej wielkości.

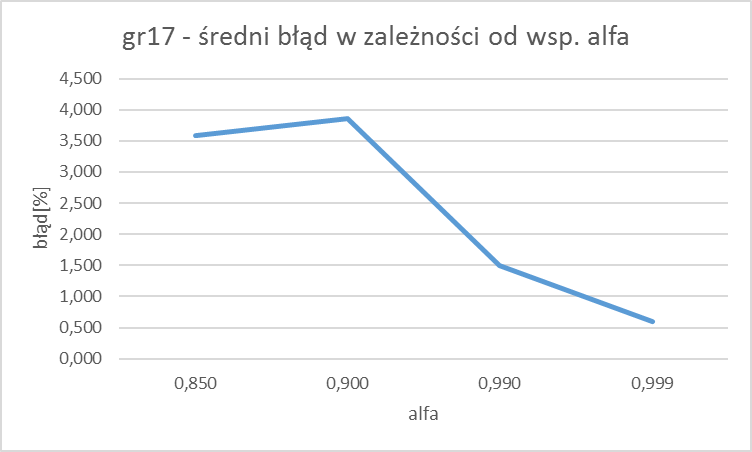
Parametry algorytmu podczas testów dobrałem w następujący sposób:

1. T0 – została wyznaczona na podstawie danych
2. Tmin – 0.0001
3. Ilość iteracji wewnętrznej pętli – rozmiar problemu
4. α – kolejno 0.85, 0.90, 0.99, 0.999
5. Plik gr17

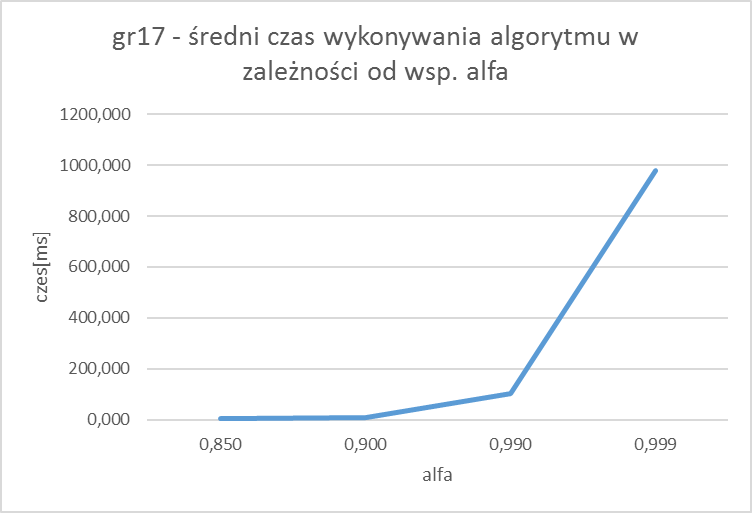
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0,85 | | | 0,90 | | | 0,99 | | | 0,999 | | |
| **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** |
| 2153,00 | 3,26 | 5,84 | 2085,00 | 0,00 | 8,99 | 2136,00 | 2,45 | 98,50 | 2098,00 | 0,62 | 955,34 |
| 2184,00 | 4,75 | 7,42 | 2085,00 | 0,00 | 8,88 | 2085,00 | 0,00 | 108,67 | 2090,00 | 0,24 | 1237,39 |
| 2227,00 | 6,81 | 5,92 | 2156,00 | 3,41 | 8,84 | 2085,00 | 0,00 | 94,61 | 2090,00 | 0,24 | 1179,13 |
| 2098,00 | 0,62 | 5,83 | 2215,00 | 6,24 | 8,74 | 2154,00 | 3,31 | 122,05 | 2090,00 | 0,24 | 957,73 |
| 2189,00 | 4,99 | 5,90 | 2095,00 | 0,48 | 11,09 | 2120,00 | 1,68 | 106,89 | 2120,00 | 1,68 | 956,45 |
| 2085,00 | 0,00 | 5,68 | 2213,00 | 6,14 | 8,90 | 2085,00 | 0,00 | 115,99 | 2090,00 | 0,24 | 952,40 |
| 2103,00 | 0,86 | 5,85 | 2187,00 | 4,89 | 8,97 | 2085,00 | 0,00 | 103,09 | 2085,00 | 0,00 | 955,00 |
| 2220,00 | 6,47 | 7,30 | 2159,00 | 3,55 | 8,90 | 2154,00 | 3,31 | 149,62 | 2149,00 | 3,07 | 963,19 |
| 2088,00 | 0,14 | 7,18 | 2156,00 | 3,41 | 8,91 | 2090,00 | 0,24 | 106,22 | 2090,00 | 0,24 | 949,96 |
| 2088,00 | 0,14 | 5,59 | 2210,00 | 6,00 | 9,04 | 2085,00 | 0,00 | 111,48 | 2120,00 | 1,68 | 959,20 |
| 2220,00 | 6,47 | 5,64 | 2227,00 | 6,81 | 14,78 | 2136,00 | 2,45 | 91,04 | 2085,00 | 0,00 | 1183,30 |
| 2136,00 | 2,45 | 5,84 | 2136,00 | 2,45 | 9,05 | 2085,00 | 0,00 | 112,25 | 2085,00 | 0,00 | 951,07 |
| 2187,00 | 4,89 | 5,96 | 2184,00 | 4,75 | 8,85 | 2123,00 | 1,82 | 97,09 | 2098,00 | 0,62 | 952,64 |
| 2095,00 | 0,48 | 5,87 | 2136,00 | 2,45 | 8,95 | 2085,00 | 0,00 | 96,61 | 2085,00 | 0,00 | 953,46 |
| 2187,00 | 4,89 | 5,83 | 2383,00 | 14,29 | 8,99 | 2120,00 | 1,68 | 101,32 | 2090,00 | 0,24 | 954,28 |
| 2250,00 | 7,91 | 5,74 | 2220,00 | 6,47 | 9,17 | 2085,00 | 0,00 | 130,35 | 2090,00 | 0,24 | 957,05 |
| 2254,00 | 8,11 | 5,66 | 2210,00 | 6,00 | 8,94 | 2120,00 | 1,68 | 116,15 | 2090,00 | 0,24 | 947,73 |
| 2198,00 | 5,42 | 5,89 | 2682,00 | 28,63 | 8,90 | 2154,00 | 3,31 | 93,96 | 2085,00 | 0,00 | 956,78 |
| 2156,00 | 3,41 | 5,69 | 2156,00 | 3,41 | 8,87 | 2154,00 | 3,31 | 96,49 | 2103,00 | 0,86 | 951,22 |
| 2210,00 | 6,00 | 5,79 | 2164,00 | 3,79 | 8,87 | 2085,00 | 0,00 | 94,41 | 2120,00 | 1,68 | 952,95 |
| 2154,00 | 3,31 | 5,85 | 2224,00 | 6,67 | 20,95 | 2151,00 | 3,17 | 93,90 | 2085,00 | 0,00 | 955,81 |
| 2154,00 | 3,31 | 5,70 | 2085,00 | 0,00 | 9,12 | 2154,00 | 3,31 | 96,77 | 2090,00 | 0,24 | 950,54 |
| 2095,00 | 0,48 | 5,77 | 2239,00 | 7,39 | 8,16 | 2163,00 | 3,74 | 93,62 | 2103,00 | 0,86 | 963,21 |
| 2142,00 | 2,73 | 5,69 | 2153,00 | 3,26 | 8,81 | 2123,00 | 1,82 | 94,23 | 2090,00 | 0,24 | 948,42 |
| 2243,00 | 7,58 | 5,75 | 2088,00 | 0,14 | 8,96 | 2120,00 | 1,68 | 94,55 | 2090,00 | 0,24 | 946,47 |
| 2098,00 | 0,62 | 5,70 | 2095,00 | 0,48 | 8,92 | 2085,00 | 0,00 | 92,69 | 2120,00 | 1,68 | 953,44 |
| 2085,00 | 0,00 | 5,71 | 2206,00 | 5,80 | 8,96 | 2090,00 | 0,24 | 93,45 | 2120,00 | 1,68 | 954,52 |
| 2184,00 | 4,75 | 5,60 | 2257,00 | 8,25 | 8,93 | 2085,00 | 0,00 | 93,30 | 2103,00 | 0,86 | 964,28 |
| 2158,00 | 3,50 | 5,69 | 2153,00 | 3,26 | 9,36 | 2184,00 | 4,75 | 92,74 | 2085,00 | 0,00 | 952,97 |
| 2154,00 | 3,31 | 5,82 | 2136,00 | 2,45 | 11,48 | 2103,00 | 0,86 | 93,73 | 2085,00 | 0,00 | 948,80 |
| **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | |
| 2159,83 | 3,59 | 5,92 | 2165,36 | 3,85 | 9,73 | 2116,13 | 1,49 | 102,86 | 2097,47 | 0,60 | 978,82 |

Po uśrednieniu i zebraniu do jednej prostej tabeli wyniki wyglądają następująco:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **alfa** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** |
| 0,850 | 2159,833 | 3,589 | 5,924 |
| 0,900 | 2165,357 | 3,854 | 9,728 |
| 0,990 | 2116,133 | 1,493 | 102,859 |
| 0,999 | 2097,467 | 0,598 | 978,824 |



Rysunek gr17 błąd w zależności od wsp. alfa



Rysunek gr17 średni czas wykonania algorytmu

1. plik gr48

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0,85 | | | 0,90 | | | 0,99 | | | 0,999 | | |
| **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** |
| 7203,00 | 42,75 | 22,22 | 7847,00 | 55,51 | 33,87 | 6130,00 | 21,48 | 359,40 | 5522,00 | 9,43 | 4520,22 |
| 6571,00 | 30,22 | 22,01 | 6531,00 | 29,43 | 33,42 | 6440,00 | 27,63 | 359,60 | 5374,00 | 6,50 | 4034,21 |
| 7129,00 | 41,28 | 21,78 | 7401,00 | 46,67 | 41,78 | 6394,00 | 26,71 | 365,16 | 5502,00 | 9,04 | 4197,54 |
| 7365,00 | 45,96 | 21,71 | 6437,00 | 27,57 | 34,06 | 6181,00 | 22,49 | 359,53 | 5602,00 | 11,02 | 3487,66 |
| 7331,00 | 45,28 | 22,72 | 6081,00 | 20,51 | 34,06 | 6375,00 | 26,34 | 360,65 | 5362,00 | 6,26 | 3388,72 |
| 7520,00 | 49,03 | 21,86 | 6131,00 | 21,50 | 36,96 | 6027,00 | 19,44 | 360,48 | 5358,00 | 6,18 | 3547,06 |
| 7382,00 | 46,29 | 21,57 | 7247,00 | 43,62 | 34,02 | 6404,00 | 26,91 | 359,63 | 5565,00 | 10,29 | 3601,36 |
| 7923,00 | 57,02 | 21,99 | 7453,00 | 47,70 | 39,02 | 6106,00 | 21,01 | 355,37 | 5218,00 | 3,41 | 3544,20 |
| 7139,00 | 41,48 | 21,97 | 7646,00 | 51,53 | 35,23 | 5723,00 | 13,42 | 359,00 | 5323,00 | 5,49 | 3545,29 |
| 6615,00 | 31,09 | 23,72 | 7192,00 | 42,53 | 33,97 | 5678,00 | 12,52 | 360,08 | 5210,00 | 3,25 | 3555,65 |
| 7077,00 | 40,25 | 22,33 | 6966,00 | 38,05 | 34,39 | 5328,00 | 5,59 | 357,84 | 5356,00 | 6,14 | 3551,63 |
| 7439,00 | 47,42 | 21,97 | 7912,00 | 56,80 | 34,01 | 6103,00 | 20,95 | 354,49 | 5349,00 | 6,00 | 3546,72 |
| 6862,00 | 35,99 | 26,82 | 6415,00 | 27,13 | 34,18 | 6085,00 | 20,59 | 347,44 | 5198,00 | 3,01 | 3580,96 |
| 7862,00 | 55,81 | 30,44 | 6860,00 | 35,95 | 37,56 | 6335,00 | 25,55 | 350,40 | 5198,00 | 3,01 | 3550,24 |
| 7439,00 | 47,42 | 22,09 | 6664,00 | 32,07 | 33,94 | 6518,00 | 29,17 | 363,53 | 5641,00 | 11,79 | 3554,06 |
| 7705,00 | 52,70 | 21,96 | 6894,00 | 36,62 | 34,15 | 6382,00 | 26,48 | 403,78 | 5229,00 | 3,63 | 3697,95 |
| 7541,00 | 49,45 | 21,94 | 8154,00 | 61,59 | 42,47 | 6340,00 | 25,64 | 391,80 | 5585,00 | 10,68 | 4370,31 |
| 6786,00 | 34,48 | 24,78 | 6700,00 | 32,78 | 34,14 | 6009,00 | 19,08 | 326,98 | 5693,00 | 12,82 | 3937,00 |
| 7534,00 | 49,31 | 21,98 | 7390,00 | 46,45 | 34,22 | 6306,00 | 24,97 | 305,97 | 5536,00 | 9,71 | 4449,41 |
| 6803,00 | 34,82 | 21,35 | 7538,00 | 49,39 | 35,38 | 5922,00 | 17,36 | 376,29 | 5903,00 | 16,98 | 3759,95 |
| 7721,00 | 53,01 | 21,99 | 7312,00 | 44,91 | 34,06 | 6055,00 | 20,00 | 344,09 | 5505,00 | 9,10 | 4602,76 |
| 7749,00 | 53,57 | 21,99 | 7126,00 | 41,22 | 35,74 | 6480,00 | 28,42 | 312,24 | 5273,00 | 4,50 | 3818,60 |
| 6767,00 | 34,11 | 22,07 | 7126,00 | 41,22 | 33,92 | 5966,00 | 18,23 | 300,06 | 5541,00 | 9,81 | 5578,41 |
| 7062,00 | 39,95 | 21,85 | 7371,00 | 46,08 | 33,82 | 5713,00 | 13,22 | 306,93 | 5488,00 | 8,76 | 4135,39 |
| 6234,00 | 23,54 | 21,98 | 6907,00 | 36,88 | 35,45 | 6339,00 | 25,62 | 316,24 | 5513,00 | 9,25 | 3900,41 |
| 6780,00 | 34,36 | 22,89 | 7155,00 | 41,80 | 34,15 | 6151,00 | 21,90 | 311,12 | 5360,00 | 6,22 | 4169,73 |
| 7528,00 | 49,19 | 23,13 | 6356,00 | 25,96 | 34,87 | 5991,00 | 18,73 | 348,04 | 5411,00 | 7,23 | 3718,40 |
| 6994,00 | 38,60 | 21,89 | 6003,00 | 18,97 | 34,30 | 5919,00 | 17,30 | 326,53 | 5331,00 | 5,65 | 3685,38 |
| 7611,00 | 50,83 | 21,90 | 7205,00 | 42,79 | 34,41 | 5641,00 | 11,79 | 305,50 | 5502,00 | 9,04 | 3687,89 |
| 7092,00 | 40,55 | 23,51 | 7139,00 | 41,48 | 39,74 | 6171,00 | 22,29 | 329,41 | 5626,00 | 11,49 | 3684,09 |
| **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | |
| 7225,47 | 43,19 | 22,68 | 7038,63 | 39,49 | 35,38 | 6107,07 | 21,03 | 345,92 | 5442,47 | 7,86 | 3880,04 |

Po uśrednieniu i zebraniu do jednej prostej tabeli wyniki wyglądają następująco:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **alfa** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** |
| 0,85 | 7225 | 43,19 | 22,680 |
| 0,9 | 7039 | 39,49 | 35,376 |
| 0,99 | 6107 | 21,03 | 345,919 |
| 0,999 | 5442 | 7,86 | 3880,040 |

Rysunek gr48 średni błąd

Rysunek gr48 czas wykonania

1. plik gr120

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0,85 | | | 0,90 | | | 0,99 | | | 0,999 | | |
| **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** |
| 14791,00 | 113,07 | 81,72 | 13993,00 | 101,57 | 128,93 | 10783,00 | 55,33 | 1400,35 | 8777,00 | 26,43 | 11952,70 |
| 13086,00 | 88,50 | 82,43 | 12594,00 | 81,42 | 134,45 | 9723,00 | 40,06 | 1432,98 | 8319,00 | 19,84 | 12000,60 |
| 14230,00 | 104,98 | 84,83 | 12282,00 | 76,92 | 129,25 | 10166,00 | 46,44 | 1395,40 | 8800,00 | 26,76 | 12068,10 |
| 14018,00 | 101,93 | 87,48 | 13058,00 | 88,10 | 128,10 | 9690,00 | 39,59 | 1415,25 | 9019,00 | 29,92 | 11962,20 |
| 14266,00 | 105,50 | 82,44 | 14670,00 | 111,32 | 148,02 | 10247,00 | 47,61 | 1380,13 | 8993,00 | 29,54 | 12555,80 |
| 15738,00 | 126,71 | 83,18 | 13036,00 | 87,78 | 128,74 | 9391,00 | 35,28 | 1401,05 | 8544,00 | 23,08 | 13081,40 |
| 14407,00 | 107,53 | 83,12 | 13378,00 | 92,71 | 141,34 | 10135,00 | 46,00 | 1606,75 | 8234,00 | 18,61 | 13072,00 |
| 15403,00 | 121,88 | 84,64 | 13786,00 | 98,59 | 130,13 | 10038,00 | 44,60 | 2273,23 | 8594,00 | 23,80 | 13653,20 |
| 14592,00 | 110,20 | 83,03 | 12740,00 | 83,52 | 128,78 | 9572,00 | 37,89 | 1729,86 | 8637,00 | 24,42 | 13776,10 |
| 15594,00 | 124,63 | 83,75 | 12881,00 | 85,55 | 145,47 | 9591,00 | 38,16 | 1433,30 | 8460,00 | 21,87 | 13742,90 |
| 14658,00 | 111,15 | 88,16 | 12973,00 | 86,88 | 163,81 | 11354,00 | 63,56 | 1527,71 | 8429,00 | 21,42 | 13839,30 |
| 15389,00 | 121,68 | 90,02 | 14535,00 | 109,38 | 138,03 | 11555,00 | 66,45 | 1536,21 | 9041,00 | 30,24 | 13725,20 |
| 14645,00 | 110,96 | 86,59 | 14621,00 | 110,62 | 126,17 | 10389,00 | 49,65 | 1407,26 | 8316,00 | 19,79 | 13702,40 |
| 14261,00 | 105,43 | 81,73 | 13527,00 | 94,86 | 127,63 | 9845,00 | 41,82 | 1410,02 | 8529,00 | 22,86 | 13648,40 |
| 14046,00 | 102,33 | 101,59 | 13569,00 | 95,46 | 132,80 | 11316,00 | 63,01 | 1652,51 | 8478,00 | 22,13 | 13453,20 |
| 14501,00 | 108,89 | 116,72 | 14076,00 | 102,77 | 133,47 | 9489,00 | 36,69 | 1506,64 | 8749,00 | 26,03 | 13365,30 |
| 14016,00 | 101,90 | 96,67 | 12964,00 | 86,75 | 137,92 | 10409,00 | 49,94 | 1570,59 | 8396,00 | 20,95 | 13424,90 |
| 14696,00 | 111,70 | 81,64 | 13254,00 | 90,92 | 128,77 | 9844,00 | 41,80 | 1556,92 | 8492,00 | 22,33 | 12900,30 |
| 14947,00 | 115,31 | 84,99 | 12835,00 | 84,89 | 128,24 | 9767,00 | 40,69 | 1499,55 | 8722,00 | 25,64 | 12643,40 |
| 14797,00 | 113,15 | 93,75 | 12842,00 | 84,99 | 142,96 | 10225,00 | 47,29 | 1579,24 | 8568,00 | 23,42 | 12164,30 |
| 15008,00 | 116,19 | 109,30 | 14599,00 | 110,30 | 134,72 | 9708,00 | 39,84 | 1566,89 | 8301,00 | 19,58 | 12015,60 |
| 14101,00 | 103,13 | 101,28 | 12720,00 | 83,23 | 131,72 | 9580,00 | 38,00 | 1457,35 | 8704,00 | 25,38 | 12061,10 |
| 13678,00 | 97,03 | 93,30 | 12017,00 | 73,11 | 131,98 | 10184,00 | 46,70 | 1394,39 | 8123,00 | 17,01 | 11735,40 |
| 14768,00 | 112,73 | 94,31 | 12443,00 | 79,24 | 133,83 | 9855,00 | 41,96 | 1370,14 | 9119,00 | 31,36 | 11830,00 |
| 15104,00 | 117,57 | 89,68 | 13413,00 | 93,22 | 129,82 | 10057,00 | 44,87 | 1173,17 | 9915,00 | 42,83 | 12173,60 |
| 15194,00 | 118,87 | 84,24 | 14004,00 | 101,73 | 130,99 | 10448,00 | 50,50 | 1169,65 | 8749,00 | 26,03 | 11903,50 |
| 13531,00 | 94,92 | 91,02 | 13799,00 | 98,78 | 139,75 | 10408,00 | 49,93 | 1235,14 | 8493,00 | 22,34 | 11997,70 |
| 15558,00 | 124,11 | 83,48 | 13016,00 | 87,50 | 126,56 | 9954,00 | 43,39 | 1278,51 | 8656,00 | 24,69 | 12353,90 |
| 14032,00 | 102,13 | 100,71 | 13153,00 | 89,47 | 129,11 | 10784,00 | 55,34 | 1174,14 | 8451,00 | 21,74 | 12044,50 |
| 13791,00 | 98,66 | 84,77 | 12619,00 | 81,78 | 134,75 | 9895,00 | 42,54 | 1122,20 | 8483,00 | 22,20 | 12387,00 |
| **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | |
| 14561,53 | 109,76 | 89,68 | 13313,23 | 91,78 | 134,21 | 10146,73 | 46,16 | 1455,22 | 8636,37 | 24,41 | 12707,80 |

Po uśrednieniu i zebraniu do jednej prostej tabeli wyniki wyglądają następująco:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **alfa** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** |
| 0,85 | 14562 | 109,76 | 89,684 |
| 0,9 | 13313 | 91,78 | 134,207 |
| 0,99 | 10147 | 46,16 | 1455,218 |
| 0,999 | 8636 | 24,41 | 12707,800 |

Rysunek gr120 średni błąd

Rysunek gr120 średni czas wykonania

1. plik br17

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0,85 | | | 0,90 | | | 0,99 | | | 0,999 | | |
| **wynik** | **bląd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **bląd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **bląd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **bląd [%]** | **czas [ms]** |
| 42,00 | 7,69 | 5,25 | 50,00 | 28,21 | 9,79 | 39,00 | 0,00 | 82,37 | 39,00 | 0,00 | 716,35 |
| 50,00 | 28,21 | 5,12 | 39,00 | 0,00 | 7,98 | 39,00 | 0,00 | 82,30 | 39,00 | 0,00 | 732,35 |
| 44,00 | 12,82 | 5,16 | 42,00 | 7,69 | 7,31 | 39,00 | 0,00 | 76,03 | 39,00 | 0,00 | 780,27 |
| 42,00 | 7,69 | 5,15 | 42,00 | 7,69 | 4,74 | 39,00 | 0,00 | 57,99 | 39,00 | 0,00 | 746,83 |
| 44,00 | 12,82 | 5,17 | 42,00 | 7,69 | 5,26 | 40,00 | 2,56 | 76,62 | 39,00 | 0,00 | 796,79 |
| 50,00 | 28,21 | 5,33 | 40,00 | 2,56 | 6,45 | 41,00 | 5,13 | 84,02 | 39,00 | 0,00 | 716,79 |
| 42,00 | 7,69 | 6,63 | 39,00 | 0,00 | 7,79 | 39,00 | 0,00 | 61,28 | 39,00 | 0,00 | 737,02 |
| 39,00 | 0,00 | 5,07 | 39,00 | 0,00 | 5,10 | 39,00 | 0,00 | 60,57 | 39,00 | 0,00 | 749,20 |
| 40,00 | 2,56 | 4,61 | 39,00 | 0,00 | 4,76 | 42,00 | 7,69 | 58,37 | 39,00 | 0,00 | 744,17 |
| 50,00 | 28,21 | 3,08 | 42,00 | 7,69 | 6,22 | 39,00 | 0,00 | 83,60 | 39,00 | 0,00 | 738,90 |
| 41,00 | 5,13 | 3,06 | 40,00 | 2,56 | 8,16 | 39,00 | 0,00 | 74,81 | 39,00 | 0,00 | 691,19 |
| 39,00 | 0,00 | 3,09 | 39,00 | 0,00 | 4,71 | 39,00 | 0,00 | 81,74 | 39,00 | 0,00 | 736,53 |
| 42,00 | 7,69 | 3,06 | 39,00 | 0,00 | 4,94 | 39,00 | 0,00 | 82,24 | 39,00 | 0,00 | 756,82 |
| 42,00 | 7,69 | 3,45 | 41,00 | 5,13 | 7,38 | 39,00 | 0,00 | 82,01 | 39,00 | 0,00 | 779,21 |
| 39,00 | 0,00 | 3,10 | 44,00 | 12,82 | 7,73 | 39,00 | 0,00 | 102,91 | 39,00 | 0,00 | 713,29 |
| 40,00 | 2,56 | 3,32 | 44,00 | 12,82 | 6,07 | 40,00 | 2,56 | 76,71 | 39,00 | 0,00 | 668,27 |
| 41,00 | 5,13 | 3,07 | 53,00 | 35,90 | 4,86 | 39,00 | 0,00 | 87,59 | 39,00 | 0,00 | 738,25 |
| 50,00 | 28,21 | 3,08 | 39,00 | 0,00 | 4,68 | 39,00 | 0,00 | 76,00 | 39,00 | 0,00 | 993,91 |
| 41,00 | 5,13 | 3,12 | 39,00 | 0,00 | 4,89 | 39,00 | 0,00 | 65,94 | 39,00 | 0,00 | 1004,94 |
| 40,00 | 2,56 | 3,32 | 39,00 | 0,00 | 7,17 | 41,00 | 5,13 | 61,50 | 39,00 | 0,00 | 728,58 |
| 39,00 | 0,00 | 3,09 | 39,00 | 0,00 | 7,76 | 39,00 | 0,00 | 82,38 | 39,00 | 0,00 | 707,33 |
| 42,00 | 7,69 | 3,11 | 39,00 | 0,00 | 7,73 | 39,00 | 0,00 | 77,44 | 39,00 | 0,00 | 759,62 |
| 60,00 | 53,85 | 3,20 | 39,00 | 0,00 | 7,73 | 39,00 | 0,00 | 81,75 | 39,00 | 0,00 | 715,00 |
| 39,00 | 0,00 | 4,10 | 39,00 | 0,00 | 7,74 | 39,00 | 0,00 | 82,47 | 39,00 | 0,00 | 767,74 |
| 39,00 | 0,00 | 4,05 | 44,00 | 12,82 | 7,76 | 40,00 | 2,56 | 81,87 | 39,00 | 0,00 | 812,52 |
| 39,00 | 0,00 | 3,05 | 39,00 | 0,00 | 7,74 | 39,00 | 0,00 | 69,36 | 39,00 | 0,00 | 693,69 |
| 42,00 | 7,69 | 3,07 | 39,00 | 0,00 | 7,74 | 39,00 | 0,00 | 66,57 | 39,00 | 0,00 | 705,71 |
| 39,00 | 0,00 | 3,10 | 40,00 | 2,56 | 7,74 | 39,00 | 0,00 | 65,78 | 39,00 | 0,00 | 747,83 |
| 42,00 | 7,69 | 4,14 | 39,00 | 0,00 | 7,84 | 39,00 | 0,00 | 72,05 | 39,00 | 0,00 | 692,00 |
| 40,00 | 2,56 | 4,84 | 44,00 | 12,82 | 7,94 | 39,00 | 0,00 | 58,66 | 39,00 | 0,00 | 619,68 |
| **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | |
| 42,63 | 9,32 | 3,93 | 41,07 | 5,30 | 6,79 | 39,33 | 0,85 | 75,10 | 39,00 | 0,00 | 749,69 |

Po uśrednieniu i zebraniu do jednej prostej tabeli wyniki wyglądają następująco:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **alfa** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** |
| 0,85 | 43 | 9,32 | 3,934 |
| 0,9 | 41 | 5,30 | 6,791 |
| 0,99 | 39 | 0,85 | 75,098 |
| 0,999 | 39 | 0,00 | 749,692 |

Rysunek br17 średni błąd

Rysunek br17 średni czas wykonania

1. plik ftv70

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0,85 | | | 0,90 | | | 0,99 | | | 0,999 | | |
| **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** |
| 3668,00 | 88,10 | 50,09 | 3609,00 | 85,08 | 87,68 | 3254,00 | 66,87 | 854,44 | 3006,00 | 54,15 | 8504,63 |
| 3831,00 | 96,46 | 46,67 | 3605,00 | 84,87 | 88,78 | 3022,00 | 54,97 | 910,94 | 2723,00 | 39,64 | 8624,20 |
| 3727,00 | 91,13 | 68,34 | 4006,00 | 105,44 | 89,72 | 3319,00 | 70,21 | 899,61 | 2861,00 | 46,72 | 8495,31 |
| 3852,00 | 97,54 | 51,07 | 3610,00 | 85,13 | 82,10 | 3230,00 | 65,64 | 869,55 | 3145,00 | 61,28 | 8769,29 |
| 3680,00 | 88,72 | 57,46 | 3665,00 | 87,95 | 73,30 | 3329,00 | 70,72 | 803,17 | 3009,00 | 54,31 | 8228,11 |
| 4051,00 | 107,74 | 57,77 | 3544,00 | 81,74 | 76,96 | 3446,00 | 76,72 | 792,61 | 2806,00 | 43,90 | 8647,50 |
| 3709,00 | 90,21 | 51,90 | 3673,00 | 88,36 | 71,60 | 3271,00 | 67,74 | 867,22 | 2819,00 | 44,56 | 8833,95 |
| 3876,00 | 98,77 | 46,78 | 3681,00 | 88,77 | 70,96 | 3497,00 | 79,33 | 814,62 | 2810,00 | 44,10 | 8409,32 |
| 3997,00 | 104,97 | 37,34 | 3639,00 | 86,62 | 79,80 | 3418,00 | 75,28 | 850,72 | 2728,00 | 39,90 | 8590,52 |
| 3806,00 | 95,18 | 38,02 | 3477,00 | 78,31 | 91,79 | 3149,00 | 61,49 | 774,50 | 2889,00 | 48,15 | 9039,86 |
| 3686,00 | 89,03 | 40,43 | 3539,00 | 81,49 | 82,90 | 3192,00 | 63,69 | 827,97 | 2987,00 | 53,18 | 8565,52 |
| 3834,00 | 96,62 | 60,10 | 3562,00 | 82,67 | 86,66 | 3194,00 | 63,79 | 864,49 | 2893,00 | 48,36 | 8386,73 |
| 3827,00 | 96,26 | 48,53 | 3738,00 | 91,69 | 83,33 | 3340,00 | 71,28 | 867,65 | 2986,00 | 53,13 | 8484,45 |
| 3698,00 | 89,64 | 57,45 | 3534,00 | 81,23 | 97,09 | 3111,00 | 59,54 | 774,18 | 2750,00 | 41,03 | 8476,96 |
| 3804,00 | 95,08 | 57,97 | 3622,00 | 85,74 | 88,78 | 3387,00 | 73,69 | 792,71 | 3210,00 | 64,62 | 8547,80 |
| 3664,00 | 87,90 | 49,23 | 3687,00 | 89,08 | 89,31 | 3172,00 | 62,67 | 813,78 | 3058,00 | 56,82 | 8545,59 |
| 3547,00 | 81,90 | 58,64 | 3589,00 | 84,05 | 80,44 | 3377,00 | 73,18 | 847,01 | 3089,00 | 58,41 | 8433,04 |
| 3683,00 | 88,87 | 57,65 | 3615,00 | 85,38 | 92,07 | 3214,00 | 64,82 | 737,63 | 2895,00 | 48,46 | 8673,54 |
| 3619,00 | 85,59 | 60,78 | 3660,00 | 87,69 | 109,38 | 3255,00 | 66,92 | 820,86 | 2794,00 | 43,28 | 8622,64 |
| 3507,00 | 79,85 | 58,48 | 3601,00 | 84,67 | 105,27 | 3269,00 | 67,64 | 847,27 | 2995,00 | 53,59 | 8571,45 |
| 3446,00 | 76,72 | 57,73 | 3525,00 | 80,77 | 88,18 | 3190,00 | 63,59 | 892,30 | 2972,00 | 52,41 | 8547,09 |
| 3840,00 | 96,92 | 55,20 | 3379,00 | 73,28 | 82,03 | 3299,00 | 69,18 | 802,63 | 2991,00 | 53,38 | 8427,37 |
| 3733,00 | 91,44 | 71,03 | 3509,00 | 79,95 | 87,90 | 3205,00 | 64,36 | 847,24 | 2835,00 | 45,38 | 8950,14 |
| 3769,00 | 93,28 | 58,42 | 3879,00 | 98,92 | 88,34 | 3246,00 | 66,46 | 839,52 | 2722,00 | 39,59 | 8727,50 |
| 3892,00 | 99,59 | 58,04 | 3670,00 | 88,21 | 89,85 | 3206,00 | 64,41 | 813,67 | 2944,00 | 50,97 | 8697,97 |
| 3894,00 | 99,69 | 68,89 | 3460,00 | 77,44 | 72,38 | 3209,00 | 64,56 | 812,39 | 2943,00 | 50,92 | 8674,91 |
| 3528,00 | 80,92 | 68,01 | 3682,00 | 88,82 | 80,53 | 3264,00 | 67,38 | 808,96 | 2902,00 | 48,82 | 9486,68 |
| 3655,00 | 87,44 | 65,03 | 3558,00 | 82,46 | 94,78 | 3526,00 | 80,82 | 878,64 | 2776,00 | 42,36 | 9585,20 |
| 3930,00 | 101,54 | 53,72 | 3466,00 | 77,74 | 80,42 | 3237,00 | 66,00 | 958,84 | 2892,00 | 48,31 | 9697,05 |
| 3581,00 | 83,64 | 45,71 | 3974,00 | 103,80 | 63,70 | 3099,00 | 58,92 | 804,11 | 3024,00 | 55,08 | 9779,63 |
| **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | |
| 3744,47 | 92,02 | 55,22 | 3625,27 | 85,91 | 85,20 | 3264,23 | 67,40 | 836,31 | 2915,13 | 49,49 | 8734,13 |

Po uśrednieniu i zebraniu do jednej prostej tabeli wyniki wyglądają następująco:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **alfa** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** |
| 0,85 | 3744 | 92,02 | 55,216 |
| 0,9 | 3625 | 85,91 | 85,201 |
| 0,99 | 3264 | 67,40 | 836,307 |
| 0,999 | 2915 | 49,49 | 8734,132 |

Rysunek ftv70 średni błąd

Rysunek ftv70 średni czas wykonania

1. plik ftv170

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0,85 | | | 0,90 | | | 0,99 | | | 0,999 | | |
| **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** |
| 9505,00 | 245,01 | 239,84 | 8014,00 | 190,89 | 265,29 | 6595,00 | 139,38 | 3239,35 | 6376,00 | 131,43 | 33995,50 |
| 8930,00 | 224,14 | 235,37 | 8346,00 | 202,94 | 298,90 | 6903,00 | 150,56 | 3463,75 | 6441,00 | 133,79 | 33153,10 |
| 9480,00 | 244,10 | 232,87 | 8267,00 | 200,07 | 320,13 | 6989,00 | 153,68 | 3282,06 | 6373,00 | 131,33 | 33188,90 |
| 9408,00 | 241,49 | 223,51 | 8520,00 | 209,26 | 354,15 | 7072,00 | 156,70 | 3415,15 | 6357,00 | 130,74 | 33338,80 |
| 9126,00 | 231,25 | 241,38 | 9048,00 | 228,42 | 353,88 | 6812,00 | 147,26 | 3891,34 | 6384,00 | 131,72 | 33760,80 |
| 9292,00 | 237,28 | 261,39 | 9190,00 | 233,58 | 320,58 | 6889,00 | 150,05 | 3990,63 | 6333,00 | 129,87 | 33980,70 |
| 9231,00 | 235,06 | 234,20 | 8481,00 | 207,84 | 299,56 | 7202,00 | 161,42 | 3318,41 | 6426,00 | 133,25 | 33532,00 |
| 8155,00 | 196,01 | 209,84 | 8317,00 | 201,89 | 307,71 | 7381,00 | 167,91 | 3449,60 | 6234,00 | 126,28 | 32549,40 |
| 9095,00 | 230,13 | 214,47 | 8618,00 | 212,81 | 288,77 | 7205,00 | 161,53 | 3394,57 | 6062,00 | 120,04 | 33257,00 |
| 8812,00 | 219,86 | 172,99 | 8558,00 | 210,64 | 326,65 | 7628,00 | 176,88 | 3238,34 | 6471,00 | 134,88 | 35147,20 |
| 9297,00 | 237,46 | 185,08 | 8925,00 | 223,96 | 325,81 | 6811,00 | 147,22 | 3298,41 | 6255,00 | 127,04 | 33082,60 |
| 8832,00 | 220,58 | 200,19 | 8546,00 | 210,20 | 316,15 | 7080,00 | 156,99 | 3234,00 | 6408,00 | 132,60 | 35142,30 |
| 9022,00 | 227,48 | 173,72 | 8587,00 | 211,69 | 279,70 | 6946,00 | 152,12 | 3481,89 | 6095,00 | 121,23 | 34387,90 |
| 9076,00 | 229,44 | 209,18 | 8811,00 | 219,82 | 328,02 | 6900,00 | 150,45 | 3390,39 | 6595,00 | 139,38 | 35635,20 |
| 9540,00 | 246,28 | 210,78 | 8844,00 | 221,02 | 340,45 | 6915,00 | 151,00 | 3327,55 | 6552,00 | 137,82 | 33528,70 |
| 9125,00 | 231,22 | 224,54 | 8405,00 | 205,08 | 276,42 | 7246,00 | 163,01 | 3301,34 | 6319,00 | 129,37 | 40005,60 |
| 9366,00 | 239,96 | 180,33 | 8397,00 | 204,79 | 293,38 | 6961,00 | 152,67 | 3247,51 | 6284,00 | 128,09 | 33049,80 |
| 9104,00 | 230,45 | 205,61 | 8978,00 | 225,88 | 327,47 | 7017,00 | 154,70 | 3355,97 | 6323,00 | 129,51 | 34065,00 |
| 8844,00 | 221,02 | 206,48 | 9311,00 | 237,97 | 308,91 | 7299,00 | 164,94 | 3357,72 | 6255,00 | 127,04 | 33173,60 |
| 9685,00 | 251,54 | 226,92 | 8581,00 | 211,47 | 312,15 | 6969,00 | 152,96 | 3327,09 | 6707,00 | 143,45 | 33203,60 |
| 9091,00 | 229,98 | 237,76 | 8573,00 | 211,18 | 326,07 | 6762,00 | 145,45 | 3405,41 | 6160,00 | 123,59 | 33275,10 |
| 8879,00 | 222,29 | 192,28 | 8828,00 | 220,44 | 324,82 | 6551,00 | 137,79 | 3392,31 | 6453,00 | 134,23 | 33634,70 |
| 9458,00 | 243,30 | 201,04 | 8823,00 | 220,25 | 309,16 | 6915,00 | 151,00 | 3461,44 | 6129,00 | 122,47 | 33435,10 |
| 8799,00 | 219,38 | 214,96 | 8469,00 | 207,41 | 320,64 | 6992,00 | 153,79 | 3322,81 | 6163,00 | 123,70 | 33156,70 |
| 8619,00 | 212,85 | 193,87 | 8736,00 | 217,10 | 292,12 | 6888,00 | 150,02 | 3313,09 | 6225,00 | 125,95 | 33345,90 |
| 9044,00 | 228,28 | 218,96 | 8672,00 | 214,77 | 323,51 | 6704,00 | 143,34 | 3208,07 | 6162,00 | 123,67 | 33536,10 |
| 8828,00 | 220,44 | 214,37 | 9137,00 | 231,65 | 291,34 | 7007,00 | 154,34 | 3397,22 | 6798,00 | 146,75 | 33911,20 |
| 8925,00 | 223,96 | 213,87 | 8308,00 | 201,56 | 339,98 | 7129,00 | 158,77 | 3415,58 | 6316,00 | 129,26 | 33066,60 |
| 9074,00 | 229,37 | 209,02 | 8529,00 | 209,58 | 343,80 | 7162,00 | 159,96 | 3207,99 | 6431,00 | 133,43 | 33092,50 |
| 9101,00 | 230,35 | 181,31 | 8195,00 | 197,46 | 281,82 | 6705,00 | 143,38 | 3306,09 | 6494,00 | 135,72 | 33037,60 |
| **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | | **uśrednione wyniki** | | |
| 9091,43 | 230,00 | 212,20 | 8633,80 | 213,39 | 313,24 | 6987,83 | 153,64 | 3381,17 | 6352,70 | 130,59 | 33822,31 |

Po uśrednieniu i zebraniu do jednej prostej tabeli wyniki wyglądają następująco:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **alfa** | **wynik** | **błąd [%]** | **czas [ms]** |
| 0,85 | 9091 | 230,00 | 212,204 |
| 0,9 | 8634 | 213,39 | 313,243 |
| 0,99 | 6988 | 153,64 | 3381,169 |
| 0,999 | 6353 | 130,59 | 33822,307 |

Rysunek ftv170 średni błąd

Rysunek średni czas wykonania

Rysunek średni błąd dla problemu symetrycznego TSP

Rysunek średni czas wykonania dla symetrycznego TSP

Rysunek średni błąd dla asymetrycznego TSP

Rysunek średni czas wykonania dla asymetrycznego TSP

1. **Wnioski**

Implementacja algorytmu pozwoliła mi zapoznanie się z jedną z technik metaheurystycznych oraz przybliżyła mi wady i zalety tego sposobu rozwiązywania problemów. Algorytm symulowanego wyżarzania bardzo dobrze poradził sobie z NP-trudnym problemem TSP. Dla stosunkowo dużych instancji algorytm podawał rozwiązanie w akceptowalnym czasie [Rysunek 14, Rysunek 16]. Dla problemu o wielkości 17 miast, który dla przeglądu zupełnego był już za duży, algorytm symulowanego wyżarzania dawał wyniki optymalne niemal natychmiastowo [Rysunek 2].

Jakość rozwiązania oraz czas wykonania algorytmu zależą naturalnie od rozmiaru problemu [Rysunek 13]. Najistotniejszym parametrem mającym wpływ na czas wykonania algorytmu okazał się współczynnik alfa. Im bliższy jest on jedynce, tym lepsze rozwiązania otrzymujemy niestety bardzo gwałtownie rośnie również czas wykonania algorytmu [Rysunek 14, Rysunek 16].

Uzyskane wyniki pozwalają dostrzec również różnicę pomiędzy jakością rozwiązać dla problemu asymetrycznego i symetrycznego. Przy podobnych rozmiarach instancji dla problemu asymetrycznego uzyskiwałem gorsze wyniki [Rysunek14, Rysunek16]. Wyjątek stanowi br17, dla którego każdy z przebiegów algorytmu zwracał najlepszy znany wynik [Rysunek7].

Przy rozwiązywaniu dużych problemów z pomocą algorytmu symulowanego wyżarzania, jesteśmy zmuszeni wybierać pomiędzy jakością rozwiązania, a szybkością jego uzyskania.

1. **Literatura**
2. Z. Michalewicz, D. Fogel „Jak to rozwiązać, czyli nowoczesna heurystyka”
3. P. Wróblewski „Algorytmy: struktury danych i techniki programowania”